# משפטים בגאומטריה

## זוויות וישרים מקבילים

1. **זוויות צמודות** - הסכום של שתי זוויות צמודות הוא 180.
2. **זוויות קודקודיות** - כל שתי זוויות קודקודיות בעלי קודקוד משותף שוות זו לזו.
3. **זוויות מתאימות** - נתונים שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי. אם קיים זוג אחד של זוויות מתאימות שוות זו לזו אז הישרים מקבילים. וכן ההיפך, נתונים שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי. אם שני הישרים מקבילים אז כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
4. **זוויות מתחלפות** - נתונים שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי. אם קיים זוג אחד של זוויות מתחלפות שוות זו לזו אז הישרים מקבילים. וכן ההיפך, נתונים שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי, אם שני הישרים מקבילים אז כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
5. נתונים שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי. אם קיים זוג אחד של זוויות חד-צדדיות פנימיות שסכומן שווה ל- 180 אז הישרים מקבילים. וכן ההיפך, נתונים שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוויות חד צדדיות פנימיות שווה ל-180.

## משולש

1. סכום זוויות במשולש שווה ל-180.
2. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
3. אם במשולש צלע אחת גדולה מצלע השנייה, אז הזווית שמול הצלע הגדולה יותר גדולה מהזווית שמול הצלע הקטנה. וכן ההיפך, אם במשולש זווית אחת גדולה מזווית שנייה, אז הצלע שמול הזווית הגדולה יותר גדולה מהצלע שמול הזווית הקטנה.
4. שלושת חוצי הזוויות הפנימיות במשולש נפגשים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החסום במשולש.
5. שלושת האנכים האמצעיים במשולש נפגשים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש.
6. שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת. נקודת מפגש התיכונים במשולש מחלקת כל תיכון ביחס 1:2 החל מקודקוד המשולש.
7. שלושת הגבהים במשולש נפגשים בנקודה אחת.
8. קטע היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע השנייה הוא קטע אמצעים במשולש.
9. קטע אמצעים במשולש מחבר אמצעי שתי צלעות, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
10. שטח: משולש שווה למכפלת הגובה כפול הבסיס חלקי 2.

## משולש ישר זווית

1. במשולש ישר זווית שזוויותיו הן 30° ו-60° הניצב שמול הזווית של 30° שווה למחצית היתר. וכן ההיפך, אם במשולש ישר זווית אחד מהניצבים שווה למחצית היתר אז הזווית שמול הניצב שווה ל- 30.
2. התיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה למחצית היתר.
3. אם במשולש התיכון לאחת מהצלעות שווה למחצית הצלע שאותה הוא חוצה אז המשולש הוא ישר זווית.
4. במשולש ישר זווית הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים שזוויותיהם שוות בהתאמה לזוויות המשולש המקורי.

## משולש שווה שוקיים

1. זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו. וכן ההיפך, אם במשולש שתי זוויות שוות זו לזו אז המשולש הוא שווה-שוקיים.
2. חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס, והגובה לבסיס - מתלכדים. וכן ההיפך, אם שניים מתוך השלושה מתלכדים אזי המשולש הוא שווה-שוקיים.

## דמיון וחפיפת משולשים

### דמיון משולשים

**הגדרה:** שני משולשים יוגדרו כדומים אם כל זוויותיהם שוות בהתאמה והיחס בין הצלעות המתאימות שלהם שווה. כלומר, משולש אחד הוא בעצם הגדלה של המשולש השני שבה כל הפרופורציות של המשולש המקורי נשמרות. די להוכיח את אחד התנאים כדי להוכיח דמיון בין המשולשים.

### חפיפת משולשים

**הגדרה**: שני משולשים יוגדרו כמשולשים חופפים כאשר כל זוויותיהן שוות בגודלן וכל צלעותיהן שוות באורכן בהתאמה. זהו בעצם מקרה פרטי של משולשים דומים המתקיים כאשר היחס בין הצלעות המתאימות במשולשים שווה ל-1.

1. משפט חפיפה ראשון (צלע, זווית, צלע): אם שתי צלעות וזווית הכלואה ביניהן במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי צלעות וזווית הכלואה ביניהן במשולש שני אז המשולשים חופפים.
2. משפט חפיפה שני (זווית, צלע, זווית): אם צלע ושתי הזווית שלידה במשולש אחד שוות בהתאמה לצלע ושתי הזווית שלידה במשולש שני אז המשולשים חופפים.
3. משפט חפיפה שלישי (צלע, צלע, צלע): אם שלוש הצלעות במשולש אחד שוות בהתאמה לשלוש הצלעות במשולש שני אז המשולשים חופפים.
4. משפט חפיפה רביעי (צלע, צלע, זווית): אם שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים במשולש אחד שוות בהתאמה ל שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים במשולש שני אז המשולשים חופפים.

## מקבילית

1. כל שתי זוויות נגדיות וצלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
2. סכום כל שתי זוויות סמוכות במקבילית שווה ל °- 180.
3. האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.
4. אם שתי צלעות נגדיות במרובע שוות זו לזו ומקבילות זו לזו אז המרובע הוא מקבילית.
5. אם במרובע כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו אז המרובע הוא מקבילית.
6. אם במרובע כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו אז המרובע הוא מקבילית.
7. אם במרובע סכום כל שתי זוויות סמוכות שווה ל °- 180 אז המרובע הוא מקבילית.
8. אם במרובע אלכסונים חוצים זה את זה אז המרובע הוא מקבילית.

## מעוין

1. כל צלעות המעוין שוות זו לזו.
2. כל שתי זוויות נגדיות במעוין שוות זו לזו.
3. סכום כל שתי זוויות סמוכות במעוין שווה ל-180°.
4. האלכסונים במעוין חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.
5. האלכסונים במעוין חוצים את זוויות המעוין.
6. אם במרובע כל צלעותיו שוות זו לזו אז המרובע הוא מעוין.
7. אם במקבילית יש שתי צלעות סמוכות שוות זו לזו אז המקבילית היא מעוין.
8. אם במקבילית האלכסונים מאונכים זה לזה אז המקבילית היא מעוין.
9. אם במקבילית האלכסונים חוצים את זוויות המקבילית אז המקבילית היא מעוין.

## מלבן

1. כל אחת מזוויות המלבן היא בת 90.
2. כל שתי צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו.
3. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה ושווים זה לזה.
4. אם במקבילית יש זווית ישרה אז המקבילית היא מלבן.
5. אם במקבילית אלכסונים שווים זה לזה אז המקבילית היא מלבן.

## ריבוע

1. כל אחת מזוויות הריבוע היא בת 90°.
2. כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.
3. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה ואת זוויות הריבוע, שווים זה לזה, ומאונכים זה לזה.
4. אם במרובע כל הצלעות שוות ויש זווית ישרה אז הוא ריבוע.
5. אם במרובע האלכסונים שווים זה לזה, חוצים זה את זה, ומאונכים זה לזה אז המרובע הוא ריבוע.
6. אם במרובע האלכסונים שווים זה לזה, חוצים זה את זה, ואחד מהאלכסונים חוצה זווית המרובע אז הוא ריבוע.
7. אם במקבילית האלכסונים שווים ומאונכים זה לזה אז היא ריבוע.
8. אם במעוין האלכסונים שווים זה לזה אז הוא ריבוע.
9. אם במעוין יש זווית ישרה אז הוא ריבוע.
10. אם במלבן האלכסונים מאונכים זה לזה אז הוא ריבוע.
11. אם במלבן יש שתי צלעות סמוכות שוות זו לזו אז הוא ריבוע.
12. אם במלבן אחד מהאלכסונים חוצה זווית המלבן אז הוא ריבוע.

## טרפז

1. סכום שתי זוויות ליד כל שוק בטרפז שווה ל-.180°
2. קטע היוצא מאמצע שוק אחת בטרפז ומקביל לבסיסים הוא קטע אמצעים בטרפז.
3. קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסיה ושווה למחצית סכומם.

### טרפז שווה שוקיים

1. כל שתי זוויות בסיס בטרפז שווה שוקיים שוות זו לזו.
2. סכום כל שתי זוויות נגדיות בטרפז שווה שוקיים שווה ל-180.
3. האלכסונים בטרפז שווה שוקיים שווים זה לזה.
4. אם בטרפז זוויות שליד אחד הבסיסים שוות זו לזו אז הוא טרפז שווה שוקיים.
5. אם בטרפז האלכסונים שווים זה לזה אז הוא שווה שוקיים.

## דלתון

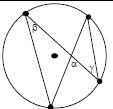
1. האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש ואת אלכסון המשנה.
2. האלכסון הראשי בדלתון מאונך לאלכסון המשנה.

## מעגל

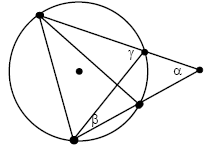
### מיתרים

1. על מיתרים שווים במעגל נשענות זוויות מרכזיות שוות זו לזו. וכן ההיפך, זוויות מרכזיות שוות נשענות על מיתרים שווים.
2. מיתרים שווים במעגל נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל. וכן ההיפך, מיתרים במעגל הנמצאים במרחקים שווים מהמרכז שווים זה לזה.
3. אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל - חוצה את המיתר, חוצה את הזווית המרכזית הנשענת על המיתר, וחוצה את הקשת במעגל המתאימה למיתר.

### זווית היקפית



1. זווית מרכזית במעגל גדולה פי 2 מכל זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת.
2. כל הזוויות ההיקפיות במעגל הנשענות על אותה קשת שוות זו לזו.
3. כל הזוויות ההיקפיות במעגל הנשענות על אותו מיתר מאותו הצד שוות זו לזו.
4. זוויות היקפיות שוות במעגל נשענות על מיתרים שווים.
5. זווית פנימית במעגל שווה לסכום שתי הזוויות ההיקפיות הנשענות על הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית ובין המשכיהן (ראה תמונה עליונה משמאל).



1. זווית חיצונית למעגל שווה להפרש שבין שתי הזוויות ההיקפיות הנשענות על הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית (ראה תמונה תחתונה משמאל).

### קוטר

1. זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא זווית ישרה. וכן ההיפך, זווית היקפית בת 90 נשענת על הקוטר.

### משיק

1. משיק למעגל מאונך לרדיוס הנפגש איתו בנקודת ההשקה. וכן ההיפך, ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.
2. שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה (מחוץ למעגל) שווים זה לזה.
3. הקטע המחבר את מרכז המעגל עם הנקודה שממנה יוצאים שני המשיקים חוצים את הזווית שבין המשיקים.
4. הזווית בין משיק למיתר במעגל הנפגשים בנקודת ההשקה שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר.

**להמשיך משפט 115**